

**Максимальное количество баллов за олимпиаду — 56**

**Задание 1. Вариант 1.** Дети играют в игру. За один ход можно стереть последнюю цифру числа или записать вместо него вдвое большее число. Запишите последовательность из четырёх ходов, которая позволит из 49 получить 32.

**Ответ:** 49 -> 4 -> 8 -> 16 -> 32.

**Решение.**

Из числа 49, стирая последнюю цифру, получаем 4. Далее, умножаем на 2 трижды, последовательно получая 8, 16, 32.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 1. Вариант 2.** Дети играют в игру. За один ход можно стереть последнюю цифру числа или записать вместо него вдвое большее число. Запишите последовательность из четырёх ходов, которая позволит из 56 получить 40.

**Ответ:** 56 -> 5 -> 10 -> 20 -> 40.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 1. Вариант 3.** Дети играют в игру. За один ход можно стереть последнюю цифру числа или записать вместо него вдвое большее число. Запишите последовательность из четырёх ходов, которая позволит из 66 получить 48.

**Ответ:** 66 -> 6 -> 12 -> 24 -> 48.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 1. Вариант 4.** Дети играют в игру. За один ход можно стереть последнюю цифру числа или записать вместо него вдвое большее число. Запишите последовательность из четырёх ходов, которая позволит из 76 получить 56.

**Ответ:** 76 -> 7 -> 14 -> 28 -> 56.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 2. Вариант 1.** По кольцевому маршруту №21С ездят 4 автобуса с одинаковой скоростью, причём интервал движения составляет 20 минут, т. е. в любое место на маршруте каждый следующий автобус прибывает через 20 минут после предыдущего. Со следующей недели на маршрут добавят ещё один автобус, который будет двигаться с той же скоростью, и меняют расписание так, чтобы и теперь промежуток времени между автобусами был постоянный. Какой интервал движения будет на следующей неделе? Ответ выразите в минутах.

**Ответ:** 16.

**Решение.**

Рассмотрим какой-либо автобус. Заметим, что в одну и ту же точку он прибывает через  $20 \cdot 4 = 80$  минут. С появлением пятого автобуса промежуток в 80 минут разобьётся на 5 частей, поэтому интервал движения будет равен  $80/5 = 16$  минут.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 2. Вариант 2.** По кольцевому маршруту №21С ездят 4 автобуса с одинаковой скоростью, причём интервал движения составляет 30 минут, т. е. в любое место на маршруте каждый следующий автобус прибывает через 30 минут после предыдущего. Со следующей недели на маршрут добавят ещё один автобус, который будет двигаться с той же скоростью, и меняют расписание так, чтобы и теперь промежуток времени между автобусами был постоянный. Какой интервал движения будет на следующей неделе? Ответ выразите в минутах.

**Ответ:** 24.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 2. Вариант 3.** По кольцевому маршруту №21С ездят 5 автобусов с одинаковой скоростью, причём интервал движения составляет 24 минут, т. е. в любое место на маршруте каждый следующий автобус прибывает через 24 минуты после предыдущего. Со следующей недели на маршрут добавят ещё один автобус, который будет двигаться с той же скоростью, и меняют расписание так, чтобы и теперь промежуток времени между автобусами был постоянный. Какой интервал движения будет на следующей неделе? Ответ выразите в минутах.

**Ответ:** 20.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 2. Вариант 4.** По кольцевому маршруту №21С ездят 5 автобусов с одинаковой скоростью, причём интервал движения составляет 30 минут, т. е. в любое место на маршруте каждый следующий автобус прибывает через 30 минут после предыдущего. Со следующей недели на маршрут добавят ещё один автобус, который будет двигаться с той же скоростью, и меняют расписание так, чтобы и теперь промежуток времени между автобусами был постоянный. Какой интервал движения будет на следующей неделе? Ответ выразите в минутах.

**Ответ:** 25.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 3. Вариант 1.** В каждой клетке таблицы  $3 \times 3$  стоят нули. Над таблицей можно проводить следующие операции:

- прибавить 1 к каждому из чисел, написанных в ячейках любой строки,
- прибавить 2 к каждому из чисел, написанных в ячейках любого столбца.

В некотором порядке  $a$  раз провели первую операцию и  $b$  раз – вторую. Получили следующую таблицу.

7	1	5
9	3	7
8	2	6

Найдите  $a$ .

**Ответ:** 6

Найдите  $b$ .

**Ответ:** 5

**Решение.**

Заметим, что не проводилась операция со вторым столбцом таблицы, иначе бы в верхней клетке второго столбца была бы хотя бы двойка. Тогда, клетки второго столбца изменялись лишь при операциях со строками, причём с верхней, средней и нижней строками провели 1, 3 и 2 операции соответственно. Операция с первой строкой увеличила левую верхнюю и правую верхнюю клетки таблицы на 1, поэтому с первым столбцом провели  $\frac{7-1}{2} = 3$  операции, а с третьим —  $\frac{5-1}{2} = 2$  операции. Итого,  $a = 1 + 3 + 2 = 6$ ,  $b = 3 + 0 + 2 = 5$ .

**Критерий оценивания:**

ответ на первый пункт — 3 балла

ответ на второй пункт — 4 балла

**Задание 3. Вариант 2.** В каждой клетке таблицы  $3 \times 3$  стоят нули. Над таблицей можно проводить следующие операции:

- прибавить 1 к каждому из чисел, написанных в ячейках любой строки,
- прибавить 2 к каждому из чисел, написанных в ячейках любого столбца.

В некотором порядке  $a$  раз провели первую операцию и  $b$  раз – вторую. Получили следующую таблицу.

11	1	5
13	3	7
15	5	9

Найдите  $a$ .

**Ответ:** 9

Найдите  $b$ .

**Ответ:** 7

**Критерий оценивания:**

ответ на первый пункт — 3 балла

ответ на второй пункт — 4 балла

**Задание 3. Вариант 3.** В каждой клетке таблицы  $3 \times 3$  стоят нули. Над таблицей можно проводить следующие операции:

- прибавить 1 к каждому из чисел, написанных в ячейках любой строки,
- прибавить 2 к каждому из чисел, написанных в ячейках любого столбца.

В некотором порядке  $a$  раз провели первую операцию и  $b$  раз – вторую. Получили следующую таблицу.

9	1	11
12	4	14
13	5	15

Найдите  $a$ .

**Ответ:** 10

Найдите  $b$ .

**Ответ:** 9

**Критерий оценивания:**

ответ на первый пункт — 3 балла

ответ на второй пункт — 4 балла

**Задание 3. Вариант 4.** В каждой клетке таблицы  $3 \times 3$  стоят нули. Над таблицей можно проводить следующие операции:

- прибавить 1 к каждому из чисел, написанных в ячейках любой строки,
- прибавить 2 к каждому из чисел, написанных в ячейках любого столбца.

В некотором порядке  $a$  раз провели первую операцию и  $b$  раз – вторую. Получили следующую таблицу.

9	1	5
11	3	7
12	4	8

Найдите  $a$ .

**Ответ:** 8

Найдите  $b$ .

**Ответ:** 6

**Критерий оценивания:**

ответ на первый пункт — 3 балла

ответ на второй пункт — 4 балла

**Задание 4. Вариант 1.** На столе лежат 10 монет достоинством 5 и 10 рублей. Семь детей взяли монеты, и ни одной не осталось. Каждый брал одну монету или две, но разного достоинства. У Антона оказалось меньше рублей, чем у каждого из остальных детей. Какая сумма денег лежала на столе? Ответ выразите в рублях.

**Ответ:** 80

**Решение.**

Если бы каждый брал по одной монете, то осталось бы три монеты, поэтому трое взяли по две монеты, а оставшиеся четверо — по одной. Ясно, что любой взявший две монеты получил больше рублей, чем любой взявший одну монету, поэтому Антон взял одну монету и эта монета 5 рублей. Тогда, трое, кроме Антона, взявшие по одной монете — взяли по 10 рублей. А трое, взявшие по 2 монеты разного достоинства взяли по  $5 + 10 = 15$  рублей. Итого, на столе лежало  $5 + 3 \cdot 10 + 3 \cdot 15 = 80$  рублей.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 4. Вариант 2.** На столе лежат 11 монет достоинством 5 и 10 рублей. Семь детей взяли монеты, и ни одной не осталось. Каждый брал одну монету или две, но разного достоинства. У Антона оказалось меньше рублей, чем у каждого из остальных детей. Какая сумма денег лежала на столе? Ответ выразите в рублях.

**Ответ:** 85

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 4. Вариант 3.** На столе лежат 11 монет достоинством 5 и 10 рублей. Восемь детей взяли монеты, и ни одной не осталось. Каждый брал одну монету или две, но разного достоинства. У Антона оказалось меньше рублей, чем у каждого из остальных детей. Какая сумма денег лежала на столе? Ответ выразите в рублях.

**Ответ:** 90

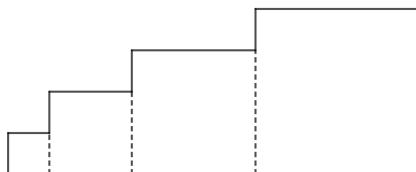
**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 4. Вариант 4.** На столе лежат 12 монет достоинством 5 и 10 рублей. Восемь детей взяли монеты, и ни одной не осталось. Каждый брал одну монету или две, но разного достоинства. У Антона оказалось меньше рублей, чем у каждого из остальных детей. Какая сумма денег лежала на столе? Ответ выразите в рублях.

**Ответ:** 95

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 5. Вариант 1.** Даны 20 квадратов со сторонами  $1, 2, \dots, 20$ . Они выстроены вдоль одной прямой в виде лестницы. На рисунке показаны первые четыре квадрата этой лестницы.



Найдите периметр получившейся фигуры.

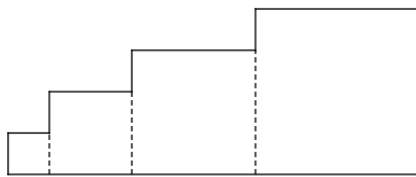
**Ответ:** 460

**Решение.**

Периметр фигуры состоит из 4 границ: правая, нижняя, левая и верхняя. Правая граница имеет длину 20. Нижняя —  $1 + 2 + \dots + 20 = \frac{20 \cdot 21}{2} = 210$ . Левая граница состоит из 20 отрезков длины 1 каждый, и её длина равна 20. Верхняя граница состоит из 20 отрезков длинами  $1, 2, \dots, 20$  и её длина равна  $1 + 2 + \dots + 20 = 210$ . Тогда, периметр фигуры равен  $20 + 210 + 20 + 210 = 460$ .

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 5. Вариант 2.** Даны 19 квадратов со сторонами 1, 2, ..., 19. Они выстроены вдоль одной прямой в виде лестницы. На рисунке показаны первые четыре квадрата этой лестницы.

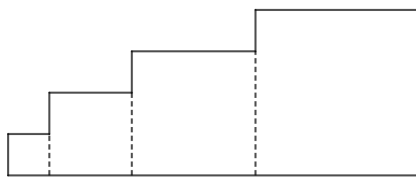


Найдите периметр получившейся фигуры.

**Ответ:** 418

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 5. Вариант 3.** Даны 30 квадратов со сторонами 1, 2, ..., 30. Они выстроены вдоль одной прямой в виде лестницы. На рисунке показаны первые четыре квадрата этой лестницы.

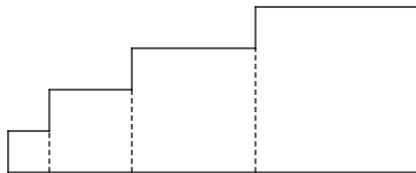


Найдите периметр получившейся фигуры.

**Ответ:** 990

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 5. Вариант 4.** Даны 29 квадратов со сторонами 1, 2, ..., 29. Они выстроены вдоль одной прямой в виде лестницы. На рисунке показаны первые четыре квадрата этой лестницы.



Найдите периметр получившейся фигуры.

**Ответ:** 928

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 6. Вариант 1.** Аня, Валя и Оля после уроков вспоминали, как они провели лето. Однажды, в июне, в торговом центре они встретили промоутера, который раздавал бумажные цветы. В этот момент у него осталось пять цветков, показанных на рисунке.



Каждой девочке он дал по одному цветку.

Валя сказала: «Я помню, какого цвета цветок я получила, но не помню, какой формы».

Чуть позже она добавила: «Я также помню, какого цвета цветок получила Оля, но не помню, какой формы».

Аня сказала: «А я помню, какой формы цветок я получила, но не помню, какого цвета».

После этого Валя поняла, какой цветок получила Аня. Какой?

**Ответ:** Оранжевый трилистник.

Какого цвета цветы получили Валя и Оля?

**Ответ:** Обе фиолетовые.

**Решение.**

Среди цветов есть только два одинаковой формы — это трилистники, поэтому Аня получила трилистник. Если Валя или Оля или обе получили оранжевый цветок, то могло оказаться, что Валя и Оля получили не трилистники,

тогда Аня могла получить как оранжевый, так и фиолетовый трилистник. Это противоречит тому, что Валя поняла, какой цветок получила Аня.

Значит, Валя и Оля получили фиолетовые цветы. Это возможно лишь когда одна из них получила фиолетовый трилистник, а другая — фиолетовый шестилистник. Тогда, Аня получила оранжевый трилистник.

**Критерий оценивания:**

ответ на первый пункт — 3 балла

ответ на второй пункт — 3 балла

ответ на оба пункта — 7 баллов

**Задание 6. Вариант 2.** Аня, Валя и Оля после уроков вспоминали, как они провели лето. Однажды, в июне, в торговом центре они встретили промоутера, который раздавал бумажные цветы. В этот момент у него осталось пять цветков, показанных на рисунке.



Каждой девочке он дал по одному цветку.

Валя сказала: «Я помню, какого цвета цветок я получила, но не помню, какой формы».

Чуть позже она добавила: «Я также помню, какого цвета цветок получила Оля, но не помню, какой формы».

Аня сказала: «А я помню, какой формы цветок я получила, но не помню, какого цвета».

После этого Валя поняла, какой цветок получила Аня. Какой?

**Ответ:** Фиолетовый 4-листник.

Какого цвета цветы получают Валя и Оля?

**Ответ:** Обе оранжевые.

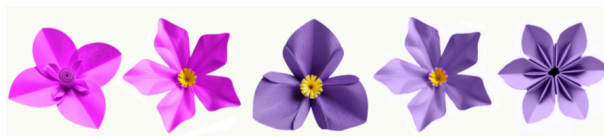
**Критерий оценивания:**

ответ на первый пункт — 3 балла

ответ на второй пункт — 3 балла

ответ на оба пункта — 7 баллов

**Задание 6. Вариант 3.** Аня, Валя и Оля после уроков вспоминали, как они провели лето. Однажды, в июне, в торговом центре они встретили промоутера, который раздавал бумажные цветы. В этот момент у него осталось пять цветков, показанных на рисунке.



Каждой девочке он дал по одному цветку.

Валя сказала: «Я помню, какого цвета цветок я получила, но не помню, какой формы».

Чуть позже она добавила: «Я также помню, какого цвета цветок получила Оля, но не помню, какой формы».

Аня сказала: «А я помню, какой формы цветок я получила, но не помню, какого цвета».

После этого Валя поняла, какой цветок получила Аня. Какой?

**Ответ:** Фиолетовый 5-листник.

Какого цвета цветы получают Валя и Оля?

**Ответ:** Обе розовые.

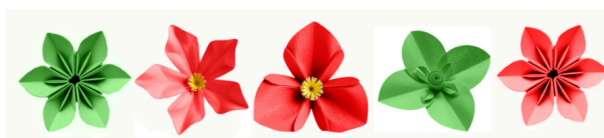
**Критерий оценивания:**

ответ на первый пункт — 3 балла

ответ на второй пункт — 3 балла

ответ на оба пункта — 7 баллов

**Задание 6. Вариант 4.** Аня, Валя и Оля после уроков вспоминали, как они провели лето. Однажды, в июне, в торговом центре они встретили промоутера, который раздавал бумажные цветы. В этот момент у него осталось пять цветков, показанных на рисунке.



Каждой девочке он дал по одному цветку.

Валя сказала: «Я помню, какого цвета цветок я получила, но не помню, какой формы».

Чуть позже она добавила: «Я также помню, какого цвета цветок получила Оля, но не помню, какой формы».

Аня сказала: «А я помню, какой формы цветок я получила, но не помню, какого цвета».

После этого Валя поняла, какой цветок получила Аня. Какой?

**Ответ:** Красный 6-листник.

Какого цвета цветы получают Валя и Оля?

**Ответ:** Обе зелёные.

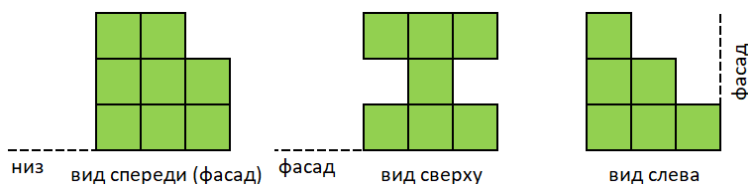
**Критерий оценивания:**

ответ на первый пункт — 3 балла

ответ на второй пункт — 3 балла

ответ на оба пункта — 7 баллов

**Задание 7. Вариант 1.** Из одинаковых кубиков сложили конструкцию. На рисунке представлен её вид спереди, сверху и слева.



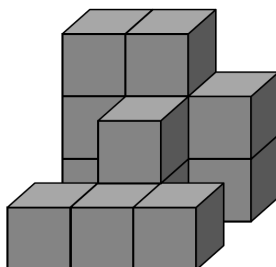
Из скольких кубиков состоит конструкция?

**Ответ:** 13.

**Решение.**

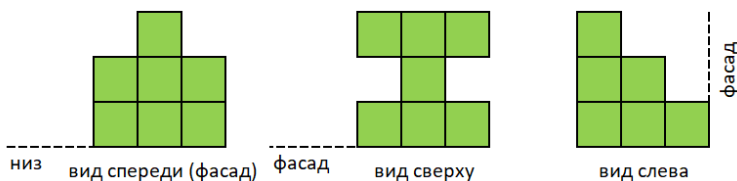
Будем называть передние кубики — фасадом, задние — тылом, а остальные — средней осью.

Из вида слева видно, что весь фасад высотой не более 1, а из вида сверху — не менее единицы. Следовательно, все столбики фасада высотой 1. Из видов сверху и слева понятно, что левый и правый столбики средней оси имеют высоту 0, а центральный столбик — высоту 2. Из вида спереди понятно, что левый и центральный столбики тыла имеют высоту 3, а правый — высоту 2. Поэтому, всего  $1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 3 + 2 = 13$  кубиков.



**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 7. Вариант 2.** Из одинаковых кубиков сложили конструкцию. На рисунке представлен её вид спереди, сверху и слева.

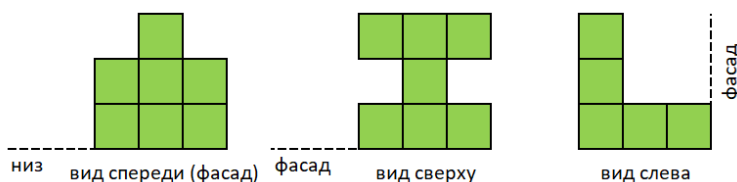


Из скольких кубиков состоит конструкция?

**Ответ:** 12.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 7. Вариант 3.** Из одинаковых кубиков сложили конструкцию. На рисунке представлен её вид спереди, сверху и слева.

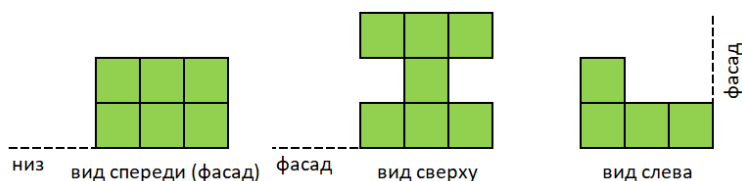


Из скольких кубиков состоит конструкция?

**Ответ:** 11.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 7. Вариант 4.** Из одинаковых кубиков сложили конструкцию. На рисунке представлен её вид спереди, сверху и слева.



Из скольких кубиков состоит конструкция?

**Ответ:** 10.

**Критерий оценивания:** точное совпадение ответа — 7 баллов

**Задание 8. Вариант 1.** 60 камней разложили на 5 кучек так, что во всех кучках оказалось разное число камней. В кучке Ромы оказалось больше всего камней.

Какое наибольшее число камней может быть в кучке Ромы?

**Ответ:** 50.

Какое наименьшее число камней может быть в кучке Ромы?

**Ответ:** 14.

**Решение.**

Наименьшее число камней в кучках, не принадлежащих Роме, равно  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ . Поэтому у Ромы не более  $60 - 10 = 50$  камней. Такое может быть, например, у Ромы 50 камней, а в четырёх других кучках 1, 2, 3 и 4 камня.

Если у Ромы не более 13 камней, то всего не более, чем  $13 + 12 + 11 + 10 + 9 = 55$  камней. Противоречие. Следовательно, у Ромы хотя бы 14 камней. Такое может быть когда, например, в кучках 14, 13, 12, 11 и 10 камней.

**Критерий оценивания:**

ответ на первый пункт — 2 балла

ответ на второй пункт — 5 баллов

**Задание 8. Вариант 2.** 70 камней разложили на 5 кучек так, что во всех кучках оказалось разное число камней. В кучке Ромы оказалось больше всего камней.

Какое наибольшее число камней может быть в кучке Ромы?

**Ответ:** 60.

Какое наименьшее число камней может быть в кучке Ромы?

**Ответ:** 16.

**Критерий оценивания:**

ответ на первый пункт — 2 балла

ответ на второй пункт — 5 баллов

**Задание 8. Вариант 3.** 80 камней разложили на 5 кучек так, что во всех кучках оказалось разное число камней. В кучке Ромы оказалось больше всего камней.

Какое наибольшее число камней может быть в кучке Ромы?

**Ответ:** 70.

Какое наименьшее число камней может быть в кучке Ромы?

**Ответ:** 18.

**Критерий оценивания:**

ответ на первый пункт — 2 балла

ответ на второй пункт — 5 баллов

**Задание 8. Вариант 4.** 90 камней разложили на 5 кучек так, что во всех кучках оказалось разное число камней. В кучке Ромы оказалось больше всего камней.

Какое наибольшее число камней может быть в кучке Ромы?

**Ответ:** 80.

Какое наименьшее число камней может быть в кучке Ромы?

**Ответ:** 20.

**Критерий оценивания:**

ответ на первый пункт — 2 балла

ответ на второй пункт — 5 баллов

Сириус.Курсы — для тех,  
кто хочет знать больше!

